

高等学校第2学年数学科学習指導案

日時 平成25年9月17日(火)

指導者 教諭 相葉 忠臣

1 単元名 数学Ⅱ 第3章 図形と方程式 第2節 円

2 単元について

(1) ねらいについて

本章では、図形を適当な座標平面上におくことで、その図形上の点の座標が満足する関係式で表し、図形の性質を方程式・不等式の性質として調べる。

中学校では、直線の式について、二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ ($b \neq 0$)を一次関数の式とみて方程式のグラフを書くことや、連立二元一次方程式の解と二直線の交点の座標との関係について扱っている。これらの考えを発展させて、すべての直線が二元一次方程式で表されることについての理解を深める。また、円を定点からの距離が一定である点の集合と考えて、その方程式を導き、円の方程式についての考察を進める。

特に、この単元では、直線と円の関係性を1次と2次の方程式の関係に置き直して取り扱う方法を学ぶ。

(2) 生徒の実態について

※ 省略

(3) 指導にあたって

- 基礎・基本の定着を重視し、丁寧に、繰り返し指導することにより、確実に定着させることが重要である。
- 既知の学習内容でも、必要な知識は事前に提示し、つまずきを減らす工夫をする。
- 公式は、導く過程を提示することで、公式に関する理解を深め、それを活用できるように指導する。
- 図を多用し、視覚的に直観的に理解できるように工夫する。

ICT活用のポイント

① 教師の活用

- ・ 前時の振り返りをする際に、教科書の内容を分かりやすく提示するために活用する。
- ・ 課題内容の理解を深めるために用いる教科書の図を分かりやすく提示するために活用する。

- ・ 課題の内容を別の視点でとらえるために、教科書の図を分かりやすく提示するために活用する。
- ・ 授業内容をまとめる際に、教科書の内容を提示し、分かりやすく振り返るために活用する。

3 単元目標

- ・ 座標や式を用いて、直線や円などの基本的な平面図形の性質や関係を数学的に表現することができる。
- ・ 座標を用いて、2点間の距離、線分の内分点・外分点、点相互の位置関係を表すことができる。
- ・ 平面上の直線を x と y の1次方程式で表し、円と直線、2直線間の位置関係などの考察に活用することができる。
- ・ 平面上の円を x と y の2次方程式で表し、円と直線の位置関係などの考察に活用することができる。
- ・ 軌跡について理解し、求めることができる。
- ・ 直線や曲線によって分けられる領域と不等式との関係について理解し、活用できる。

4 評価規準

関心・意欲・態度	数学的なものの見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> ・ x と y の方程式がどのような図形を表しているのか考察しようとする。 ・ 円と直線の位置関係を2次方程式の判別式や、円の中心から直線までの距離と円の半径の大小関係により調べようとする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 円の方程式が x、y の2次方程式で表そうとしている。 ・ 3点を通る円はこの3点を頂点とする三角形の外接円であると考えている。 ・ 円と直線の共有点の個数を、2次方程式の実数解の個数で考察している。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ x、y の2次方程式を変形してその方程式が表す図形を調べている。 ・ 3点を通る円の方程式を求めている。 ・ 円の中心から直線までの距離と円の半径の大小関係を比較することで、円と直線の位置関係を表している。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 与えられた条件を満たす円の方程式の求め方を理解している。 ・ x、y の2次方程式が、どのような図形を表すかを調べる方法を理解している。 ・ 円と直線の共有点の座標を求めることができる。 ・ 円の接線の公式を理解していて、それを利用している。

5 指導計画

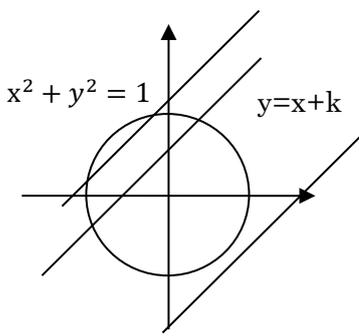
第3章 第2節 円

- | | |
|----------|--------------|
| 1. 円の方程式 | 2時間 |
| 2. 円と直線 | 3時間 (本時2時間目) |
| 3. 2つの円 | 2時間 |

6 本時の目標

- (1) 目標
- 円と直線の位置関係について、2次方程式の判別式を活用して調べることができる。
 - 円と直線の位置関係について、円の中心から直線までの距離と円の半径の大小関係を活用して調べることができる。

(2) 展開

過程	学習活動、主な発問 (T) 予想される生徒の反応 (C)	指導上の留意点・評価	備考 ICT活用
導入 5分	1 前時の振り返り ①円と直線の共有点座標を求める。 ②判別式Dと、円と直線の位置関係を整理する。 【一斉】	・円と直線の連立方程式を解く中で、xについての2次方程式に着目し、実数解の個数と判別式 $D = b^2 - 4ac$ の符号と、円と直線の位置関係を、教科書の表を用いて再確認する。	教科書の図の提示 【書画カメラ】
展開 40分	2 問題を解く (1) 応用例題3 円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = x + k$ が異なる2点で交わるとき、定数kの値の範囲を求めよ。 【一斉】 (T) yにx+kを代入して整理するとどんな式になりますか？ (T) 2次方程式の判別式は？ (T) 異なる二点で交わるときのDの条件は何ですか？ (T) 2次不等式の解はどうなりますか？	・連立方程式を解く中で、yにx+kを代入することでyを消去してxの2次方程式を作る。  【評価基準】 ・xについて降べきの順に整理できる。 ・判別式Dを求められる。	教科書の図の提示 【書画カメラ】

<p>(2) 問5 応用例題3の円と直線について、 (1)接するときの定数kの値と接点の座標を求めよ。 (2)共有点を持たないとき、定数kの値の範囲を求めよ。 【個別】 (T) 生徒を指名して解答を板書させる。</p> <p>板書された解答の確認をする。 【一斉】 円の中心から直線までの距離と円の半径を比較して、円と直線の位置関係を確認する。 【グループ】 (T) 円と直線の位置関係について、図に描いている意味を隣同士で話し合いなさい。 (C) 円の中心から直線までの距離dと円の半径rを比較して、$d < r$ならば異なる2点で交わる。 【一斉】 (T) 点と直線の距離の公式は覚えていますか？</p> <p>応用例題3について、円の中心から直線までの距離と円の半径を比較することによる別解を考察する。 【一斉】</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・2点で交わる$\leftrightarrow D > 0$が理解できる。 ・kについての2次不等式を解くことができる。 ・円と直線が2点で交わるのは、$D > 0$が必要十分条件であることを理解し、活用できる。 【知識・理解】 【表現・処理】 ・机間指導を行い生徒の理解度を確認する。 ・意欲的に問題を解決しようとする。 【意欲・態度】 ・接する$\leftrightarrow D = 0$、共有点を持たない$\leftrightarrow D < 0$を理解し、活用できる。 【知識・理解】 【技能】 ・言葉の使い方、解答の書き方が適切かどうか確認する。 ・教科書の図を提示して問題の意味を再確認する。 <div data-bbox="815 1547 1406 1767" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・点と直線の距離の公式 $d = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ を確認する。 	<p>教科書の図の提示 【書画カメラ】</p> <p>教科書の提示 【書画カメラ】</p>
---	---	---

	<p>応用例題 3 の円と直線について、「(2) 共有点を持たないとき、定数 k の値の範囲を求めよ。」の別解を作る。</p> <p style="text-align: right;">【個別】</p> <p>解答の確認</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・中心点 $(0, 0)$ と直線 $y=x+k$ の距離を求める公式の使い方を再度確認する。 ・絶対値のついた不等式の解き方を確認する。 <p style="text-align: center;">【評価基準】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $d = \frac{ ax_1+by_1+c }{\sqrt{a^2+b^2}}$ を活用できる。 <p style="text-align: center;">【知識・理解】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $k < \sqrt{2} \Leftrightarrow -\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$ が理解できる。 <p style="text-align: center;">【技能】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・生徒を指名して解答を板書させる。 ・机間指導を行い確認する。 ・円の中心から直線までの距離と円の半径を比較する解法が、判別式 D を用いた解法より使いやすい場合があることに触れる。 	
<p>終 末 5 分</p>	<p>3 本時のまとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> ・家庭学習課題の提示 ・次回の予告 <p style="text-align: right;">【一斉】</p>		<p>教科書の内容を提示</p> <p style="text-align: center;">【書画カメラ】</p>