

単振り子から剛体振り子、そして二重振り子へ

熊本県立東稜高校 発表番号 107

1. はじめに

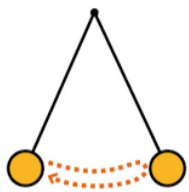
東稜高校理数科では1年次と2年次に理科と数学に関する「科学研究」の時間が週に1時間設定されており、私たちは物理を題材にテーマを決めて研究をすることにしました。

テーマを決める際に動画検索サイトなどで調べていると、とても興味深い動画を発見しました。それが二重振り子という面白い動きをする振り子でした。

二重振り子は振り子の先にもうひとつの振り子を連結したもので振り子を一旦揺らすと、カオスと呼ばれる極めて複雑で非周期的な運動をします。実物を比較的手軽に製作可能なことから、カオス現象の紹介や入門としての演示実験によく使用されます。

2. 単振り子

単振り子：軽い糸に小球をつるして鉛直面内で振動させたもの



糸の長さ：L[m]
小球の質量：m[kg]

小球の振れが小さいときは、単振り子は一直線上を往復する運動として扱える。

$$\text{周期 } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

*周期は糸の長さで重力加速度だけで決まる

<実験>



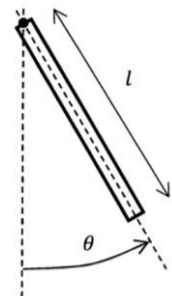
データ 糸の長さ:300[mm]
 小球の半径:9.9[mm] 大球の半径:21[mm]
 小球の質量:5.0[g] 大球の質量:38.6[g]
 (理論値) 小球:1.12[s] 大球:1.14[s]
 (実験値) 小球:1.08[s] 大球:1.16[s]



実験値と理論値の誤差 1.7% でした。
 また、おもりの質量にも依存しないことがわかりました！

3. 剛体振り子

剛体：大きさがあり、力を加えても変形しない理想的な物体



剛体の運動では、重心の並進運動と回転運動を考慮してはならない。回転運動を記述するには慣性モーメントという回転のしやすさ(しにくさ)を表す物理量が必要(大学で学習する範囲)。今回は一般的な棒(縦: a=23.8[mm] 横: b=12.3[mm] 高さ: L=300[mm])を用いた。

慣性モーメント(I)、質量(M)、回転軸と重心までの距離(h)、棒の端から回転軸までの距離(d)を用いると

$$\text{周期 } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgh}}$$

今回用いた棒の場合、慣性モーメントは

$$I = \frac{M}{3}(L^2 + a^2)$$

となります。

$$\text{周期 } T = 2\pi \sqrt{\frac{2(L^2 + a^2)}{3g(L - 2d)}}$$

<実験>

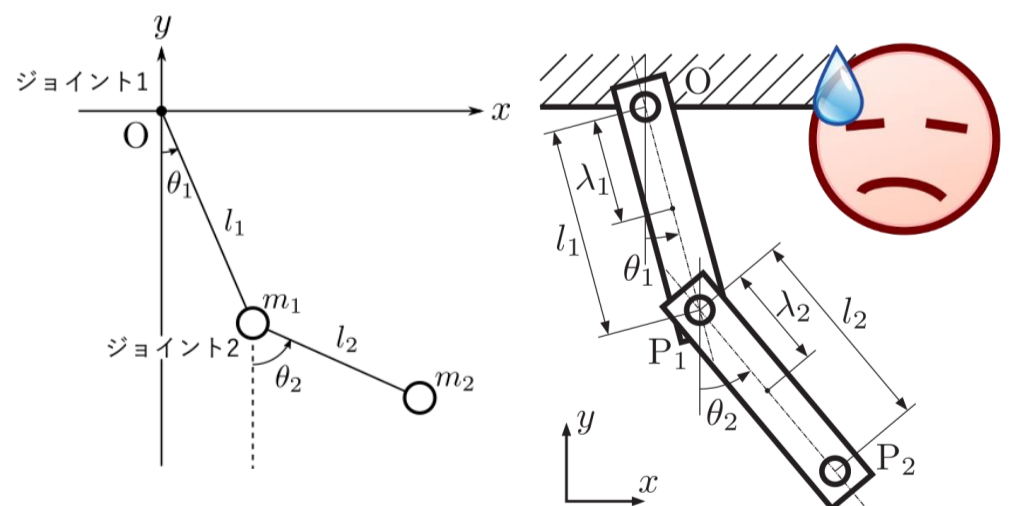
(理論値) 0.932[s]
 (実験値) 0.948[s]

またまた誤差は2%以内という結果でした。



4. 二重振り子

それぞれの振り子の腕の先端に質点が存在するモデル(単振り子を連結したモデル)などがありますが、理解にはとても高度な数学が必要です。さらに剛体を用いたものになると「カオス理論」と呼ばれる数学が、今の私たちではもうお手上げです。しかし、二重振り子自体は比較的簡単に工作できますのでその動きを観察するだけでも楽しい時間を過ごせるとおもいます。



5. 考察と今後の課題

揺れが小さいときは理論とよく一致することがよくわかりました。頑張って二重振り子の作成を行いたいと思います。

6. 参考文献・資料

- 改訂版 総合物理Ⅰ 一力と運動・熱 (数研出版)
- 物理学の基礎 長岡洋介 (東京教学社 2004)
- (動画) 朋優学院高等学校 理工学部

<https://www.youtube.com/watch?v=He8AoShS9XA>